数の性質-10

[10] 1から1000までの整数のうち、2で割り切れないで、3で割ると1余り、5で割ると2余る整数は全部で 個ある。 (浅野中学)

ある数を

3で割ると1余り

$$\begin{array}{r} \times A+1 \\ 3 \overline{) \square} \end{array}$$

ある数を

5で割ると2余り

$$\begin{array}{r} \times B+2 \\ 5 \overline{) \square} \end{array}$$

割る数と余りの両方の数字が違います。

$$\square = 3 \times A + 1$$

$$\square = 5 \times B + 2$$

AとBに1から数を入れていきます

$$3 \times 1 + 1 = 4$$

$$5 \times 1 + 2 = 7$$

$$3 \times 2 + 1 = 7$$

$$5 \times 2 + 2 = 12$$

$$3 \times 3 + 1 = 10$$

⋮

2つの条件を満たす最小の数は7です。

その後、3と5の最小公倍数の15とびで現れます。

$$7, 22, 37, \dots, 997$$

$\underbrace{\quad}_{15} \quad \underbrace{\quad}_{15} \quad \dots \quad \underbrace{\quad}_{15}$

1000に近い数は $1000 \div 15 = 66$ あまり 10 あり

$$7 + 15 \times 66 = 997$$

この中で2割り切れない数を探します。

$$\begin{array}{cccccccc}
 7 & 22 & 37 & 52 & 67 & 82 & \dots & 997 \\
 \downarrow & \times & \downarrow & \times & \downarrow & \times & & \downarrow \\
 7 & & 37 & & 67 & & & 997 \\
 \underbrace{\quad}_{30} & & \underbrace{\quad}_{30} & & \underbrace{\quad}_{30} & & & \underbrace{\quad}_{30}
 \end{array}$$

数字の数は 数字の数+1 ですから, $997 - 7 = 990$

$$990 \div 30 = 33 \dots \text{間の数}$$

求める個数は $33 + 1 = 34$ 個

34 個